超過応力テンソルを導入した拡張下負荷超過応力モデルの提案

岡安崇史・橋口公一・○竹内健司[1)]・下村武司[1)]・光岡宗司・井上英二
（九州大学大学院農学研究院，[1)] 九州大学大学院生物資源環境科学府）

［目的］

一般に物質の変形特性は，変形速度の増加に伴う物質内部の粘性抵抗の増大により塑性変形の発生が抑制され，ひずみ速度に占める非弾性ひずみ速度の割合が減少することが知られている．このため，高温条件下で様々な速度・大きさ・方向で力学的負荷を受ける機械・施設各部の力学設計の高度化には，その考慮が不可欠となる．中でも超過応力モデルは，世界的にも広く用いられている構成モデルであり，汎用 CAE ソフトウェアにも導入されている．しかし，同モデルは降伏面内部が純粋弾性域で滑らか条件，連続性条件に抵触し，繰返し負荷挙動の予測は不可能であるとともに，粘塑性ひずみ速度の方向が降伏面の法線方向に限定されるので，負荷方向が降伏面の法線方向から逸れる非比例負荷挙動には適用できない．

本研究では，超過応力モデルに接線拡張下負荷面モデルの概念を導入することにより，以上の諸欠点を含まない合理的な非古典粘塑性構成モデルの定式化を行う．さらに，種々の負荷条件の下での金属材料ならびに金属構成物の変形解析を行い，本モデルの予測精度について検討する．

［拡張下負荷超過応力モデル］

これまでの構成モデル同様，ひずみ速度$\mathbf{D}$は，弾性ひずみ速度$\mathbf{D}^e$と粘塑性ひずみ速度$\mathbf{D}^{vp}$に，さらに後者は法線粘塑性ひずみ速度$\mathbf{D}_N^{vp}$および接線粘塑性ひずみ速度$\mathbf{D}_t^{vp}$に加算的に分解されるものとする．すなわち，

$$\mathbf{D}=\mathbf{D}^e+\mathbf{D}^{vp},\quad \mathbf{D}^{vp}=\mathbf{D}_N^{vp}+\mathbf{D}_t^{vp} \tag{1}$$

超過応力モデルは，降伏応力からの応力の超過量に応じて非弾性変形としての粘塑性変形が生じる．従来，その超過量は，現応力点を通って降伏面に相似な動的負荷面の降伏面からの膨張量としてのスカラー量としてのみ考慮されてきた．そこで本研究では粘塑性構成式によって算定される内部変数および実際のひずみ速度を，弾塑性構成式に代入して算定される仮想的な応力“弾塑性応力”からの現応力の超過量によるテンソル量を導入することにより，粘塑性ひずみ速度の大きさ，方向をより厳密に規定し得ると考えられる．そこで，弾塑性応力を記号$\boldsymbol{\sigma}^{ep}$で表し，応力$\boldsymbol{\sigma}$を弾塑性応力$\boldsymbol{\sigma}^{ep}$に置き換える．ここで，下負荷面上の応力から現応力に至る応力差を“超過応力テンソル”と定義し，$\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}^{ep}$で示す．つまり，

$$\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}^{ep}\equiv\boldsymbol{\sigma}-\boldsymbol{\sigma}^{ep} \tag{2}$$

$\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}$の偏差成分$\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}^*$を法線偏差成分$\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}_n^*$と接線偏差成分$\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}_t^*$に分解する．すなわち，

$$\left.\begin{aligned}\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}_n^*&\equiv\overline{\mathbf{n}}^*\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}=\mathrm{tr}(\overline{\mathbf{n}}^*\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}})\overline{\mathbf{n}}^*\\ \overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}_t^*&\equiv\hat{\overline{\mathbf{I}}}{}^*\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}=\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}^*-\overleftarrow{\boldsymbol{\sigma}}_n^*\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

さらに，弾塑性応力$\boldsymbol{\sigma}^{ep}$は，次式により時々刻々更新される．

$$\begin{aligned}\mathring{\boldsymbol{\sigma}}^{ep}=&\,\mathbf{ED}-\\ &\mathbf{E}\Bigg\langle\mathrm{tr}\Bigg[\overline{\mathbf{N}}^{ep}\Bigg\{\mathbf{ED}-\frac{F'}{F}\dot{H}\overline{\boldsymbol{\sigma}}^{ep}-\overline{R}^{ep}\mathring{\boldsymbol{\alpha}}-(1-\overline{R}^{ep})\mathring{\mathbf{s}}\\ &\qquad+\frac{1}{\overline{R}^{ep}F}\mathrm{tr}\Big(\frac{\partial f(\overline{\boldsymbol{\sigma}}^{ep},\mathbf{H})}{\partial\mathbf{H}}\mathring{\mathbf{H}}\Big)\overline{\boldsymbol{\sigma}}^{ep}\Bigg\}\Bigg]\\ &\Big/\Bigg[\overline{U}^{ep}\mathrm{tr}\Bigg\{\overline{\mathbf{N}}^{ep}\Big(\frac{1}{\overline{R}^{ep}}\overline{\boldsymbol{\sigma}}^{ep}-\mathbf{s}\Big)\Bigg\}+\mathrm{tr}(\overline{\mathbf{N}}^{ep}\mathbf{E}\overline{\mathbf{N}}^{ep})\Bigg]\Bigg\rangle\overline{\mathbf{N}}^{ep}\\ &-\frac{2G}{1+\dfrac{1}{2G\overline{T}^{ep}}}\overline{\mathbf{D}}_t^{ep*}\end{aligned} \tag{4}$$

ここに，$\mathbf{E}$およびGはHooke型の弾性係数テンソルおよびせん断弾性係数，$\overline{\mathbf{N}}^{ep}$は下負荷面の正規化外向き法線，$\boldsymbol{\alpha}$，$\mathbf{s}$および$F$は，背応力，相似中心ならびに正規降伏面の大きさをそれぞれ表す．$\overline{U}^{ep}$は正規降伏面内部における塑性変形の程度を規定する$\overline{R}^{ep}$の単調減少関数である．さらに，$\overline{T}^{ep}$は，応力$\boldsymbol{\sigma}$，内部変数Hおよび正規降伏比$\overline{R}^{ep}$の単調増加関数で，次式を仮定する．

$$\overline{T}^{ep}\equiv\xi(\overline{R}^{ep})^{\tau},\quad \xi\equiv\xi(\boldsymbol{\sigma},H) \tag{5}$$

ξは$\boldsymbol{\sigma},H$の関数であり，また，τは材料定数である．

応力速度を次式で与える．

$$\mathring{\boldsymbol{\sigma}}=\mathbf{ED}-\overline{C}_N\langle\overline{R}-\overline{R}^{ep}\rangle^N\mathbf{E}\overline{\mathbf{N}}-2G\overline{C}_t\frac{\overleftarrow{\overline{\boldsymbol{\sigma}}}_t^*}{F} \tag{6}$$

ここに，$\overline{\mathbf{N}}$は動的負荷面の正規化外向き法線，$\overline{C}_N$および$\overline{C}_t$は応力$\boldsymbol{\sigma}$，内部変数，絶対温度$\mathbf{T}$および拡張正規降伏比$\overline{R}$の単調増加関数である．

本提案モデルによる解析結果と実測結果との比較については発表会当日報告する予定である．